

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Научная статья
УДК 575.174:517.925

ГЕНЕТИЧЕСКАЯ ДИВЕРГЕНЦИЯ В СИСТЕМЕ ДВУХ МИГРАЦИОННО СВЯЗАННЫХ ПОПУЛЯЦИЙ

М.П. Кулаков, Е.Я. Фрисман
Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
ул. Шолом-Алейхема 4, г. Биробиджан, 679016,
e-mail: k_matvey@mail.ru, frisman@mail.ru

В работе исследуются механизмы, приводящие к возникновению генетической дивергенции – устойчивых генетических различий между двумя смежными популяциями, связанными миграцией особей. Показано, что генетическая дивергенция оказывается устойчивой лишь для популяций, которые сохраняют соотношение своих численностей на постоянном уровне. В противном случае дивергенция возможна лишь как часть переходного процесса.

Ключевые слова: генетическая дивергенция, популяция, динамика, миграция, бифуркации, бистабильность, квадростабильность.

Образец цитирования: Кулаков М.П., Фрисман Е.Я. Генетическая дивергенция в системе двух миграционно связанных популяций // Региональные проблемы. 2022. Т. 25, № 3. С. 171–173. DOI: 10.31433/2618-9593-2022-25-3-171-173

Изучение эволюционных процессов, проходящих в биологических популяциях, имеет давнюю историю. Одна из основных задач таких исследований связана с поиском механизмов видообразования и микроэволюции. Хорошо известно, что под действием отбора в популяции происходит закрепление такого генотипа, который обеспечивает наибольшую приспособленность особей и наибольшую скорость воспроизводства. В результате в изолированных популяциях такой генотип фиксируется, а иные пропадают или растворяются среди гетерозигот. С другой стороны, между несколькими географически изолированными совокупностями особей (популяциями), которые первоначально сходны по генотипам, могут возникать выраженные наследственные различия генетических структур вследствие неоднородности среды или особенностей миграции. Формируемые различия могут фиксироваться и приводить к первичной генетической дивергенции, которая предшествует видообразованию.

Данная работа на основе математической модели исследует механизмы, приводящие к возникновению генетической дивергенции – устойчивых генетических различий между двумя смежными популяциями, связанными миграцией особей. Рассматривается «классическая» модельная ситуация, когда приспособленность особей жестко определяется единственным диаллельным локусом с аллелями A и a . Популяция панмиктична с менделевскими правилами наследования. Если приспособленности гомозигот с генотипами AA и aa одинаковые и значительно отличаются от приспособленности гетеризигот Aa , то эволюционные преобразования двух миграционно связанных популяций можно отслеживать следующей базовой моделью с непрерывным временем:

$$\begin{cases} \frac{d q_1}{d t} = s q_1(1 - q_1)(1 - 2q_1) + m \frac{1-p}{p}(q_2 - q_1), \\ \frac{d q_2}{d t} = s q_2(1 - q_2)(1 - 2q_2) + m \frac{p}{1-p}(q_1 - q_2), \\ \frac{d p}{d t} = 2s p(1-p)(q_1 - q_2)(1 - q_1 - q_2) + m(1 - 2p). \end{cases} \quad (1)$$

где q_1 и q_2 – концентрация (частота) аллеля A в первой и второй популяции, соответственно ($0 \leq q_1 \leq 1; 0 \leq q_2 \leq 1$), $p = N_1/(N_1 + N_2)$ – вес первой популяций ($0 < p < 1$), N_1 и N_2 – численности популяций, s – коэффициент отбора гетерозигот, m – коэффициент миграции.

Совместно с моделью (1) рассматривается ее аналог с дискретным временем:

$$\begin{cases} q_1(t+1) = \frac{1}{G_1(t)} \left((1-m)q_1(t)(1+s(1-q_1(t))) + \right. \\ \left. + m \frac{1-p(t)}{p(t)} q_2(t)(1+s(1-q_2(t))) \right), \\ q_2(t+1) = \frac{1}{G_2(t)} \left((1-m)q_2(t)(1+s(1-q_2(t))) + \right. \\ \left. + m \frac{p(t)}{1-p(t)} q_1(t)(1+s(1-q_1(t))) \right), \\ p(t+1) = \frac{G_1(t)}{G(t)} p(t), \end{cases} \quad (2)$$

где величины

$$G_1 = (1-m)(1+2s q_1(1-q_1)) + m \frac{1-p}{p} (1+2s q_2(1-q_2)),$$

$$G_2 = (1-m)(1+2s q_2(1-q_2)) + m \frac{p}{1-p} (1+2s q_1(1-q_1))$$

и $G = 1 + 2s(p q_1(1-q_1) + (1-p)q_2(1-q_2))$ выражают зависимость средних приспособленностей первой, второй и в целом всей системы популяций в зависимости от генетической структуры.

Для систем (1) и (2) были вычислены все стационарные и неподвижные точки, определены границы их устойчивости, построены параметрические и фазовые портреты, бассейны притяжения и бифуркационные диаграммы. Выполнен анализ бифуркаций, обеспечивающих принципиальную возможность генетической дивергенции в системе смежных популяций [1, 2].

Результат исследования моделей (1) и (2) можно свести к следующим простым утверждениям:

– Если у гетерозигот приспособленность выше, чем у гомозигот, т.е. $s > 0$, то обе популяции оказываются полиморфными с одинаковой концентрацией гомологичных аллелей ($q_1 = q_2 \rightarrow 1/2$).

– В случае пониженной приспособленности гетерозигот ($s < 0$), а также неограниченного роста численностей обеих популяций ($p \rightarrow 1/2$) со временем в популяциях установится одинаковый монорфизм по одному из аллелей (остаются только особи с генотипами AA или aa). В этом случае динамика систем (1) и (2) оказывается бистабильной.

– Генетическая дивергенция оказывается возможной, т.е. существуют стационарные состояния с разными концентрациям аллелей A и a на смежных территориях, только при пониженной приспособленности гетерозигот и относительно малых значениях коэффициента миграции ($0 < m < -s/4$). В случае несинхронного и неограниченного роста обеих популяций ($p \rightarrow 1/2$) это состояние неустойчиво, и дивергенция проявляется лишь как часть переходного процесса при движении к одному из монорфных состояний. В случае синхронного или ограниченного роста ($p \rightarrow const \neq 1/2$) и при еще более низких значениях коэффициента миграции стационарное состояние, соответствующее генетической дивергенции, приобретает устойчивость и динамика систем (1) и (2) оказывается квадростабильной, т.е. в зависимости от начальных условий возможен либо монорфизм, либо дивергенция.

Обнаружено, что режимы динамики моделей (1) и (2) качественно совпадают, но только в случае слабой миграционной связи ($m < 1/2$). В случае сильной связи ($m < 1/2$) в модели (2) возможны противофазные колебания концентрации аллеля A в смежных популяциях с периодом 2.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кулаков М.П., Фрисман Е.Я. Простая и сложная динамика в модели эволюции двух миграционно связанных популяций с непересекающимися поколениями // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2022. Т. 30, № 2. С. 208–232. DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-2-208-232
2. Фрисман Е.Я., Кулаков М.П. О генетической дивергенции в системе двух смежных популяций, обитающих на однородном ареале // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2021. Т. 29, № 5. С. 706–726. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-5-706-726

REFERENCES:

1. Kulakov M.P., Frisman E.Y. Simple and complex dynamics in the model of evolution of two populations coupled by migration with non-overlapping generations. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Prikladnaya nelineinaya dinamika*, 2022, vol. 30, no. 2, pp. 208–232. DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-2-208-232 (In Russ.).

2. Frisman E.Y., Kulakov M.P. On the genetic divergence of two adjacent populations living in a homogeneous habitat. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Prikladnaya nelineinaya dinamika*, 2021, vol. 29, no. 5, pp. 706–726. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-5-706-726 (In Russ.).

GENETIC DIVERGENCE OF TWO ADJACENT POPULATIONS COUPLED BY MIGRATION

M.P. Kulakov, E.Ya. Frisman

In the paper, the authors investigate the mechanisms leading to genetic divergence, i.e. stable genetic differences between two adjacent populations coupled by migration. It is shown that genetic divergence is stable only for populations that maintain their numbers ratio at a constant level. Otherwise, genetic divergence is possible only as part of the transition process.

Keywords: genetic divergence, population, dynamics, migration, bifurcations, bi- and quad-stability.

Reference: Kulakov M.P., Frisman E.Ya. Genetic divergence of two adjacent populations coupled by migration. *Regional'nye problemy*, 2022, vol. 25, no. 3, pp. 171–173. (In Russ.). DOI: 10.31433/2618-9593-2022-25-3-171-173

Поступила в редакцию 13.04.2022

Принята к публикации 15.09.2022