

## РЕГИОНАЛЬНЫЙ ПРОГНОЗ. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.711.2:314.1(571.621)

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОЛОВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ НАСЕЛЕНИЯ С УЧЕТОМ ЗАНЯТОСТИ В РЕГИОНЕ

О.Л. Ревуцкая, Г.П. Неверова

Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,  
ул. Шолом-Алейхема 4, г. Биробиджан, 679016,  
e-mail: oksana-rev@mail.ru, galina.nev@gmail.com

*В работе приводится описание уравнений динамики численности половозрастных групп населения. В предложенной модели учитывается зависимость числа новорожденных от соотношения женщин и мужчин репродуктивного возраста, а также занятости населения. Представлены результаты верификации модели на основе статистических данных о динамике численности населения в Еврейской автономной области и среднегодового числа занятых в экономике, используемого в качестве индикатора социально-экономической ситуации в регионе.*

**Ключевые слова:** математическое моделирование, модель Лефковича, половая и возрастная структура населения, динамика численности, занятость населения, рождаемость, верификация модели, Еврейская автономная область.

Актуальность исследований демографической динамики не вызывает сомнений, поскольку демографический фактор оказывает непосредственное влияние на перспективы развития производства и потребления товаров и услуг, жилищного строительства, развития социальной инфраструктуры, здравоохранения и образования, пенсионной системы, решение геополитических проблем и др., как на региональном уровне, так и в масштабах страны [5]. Динамика численности населения определяется, прежде всего, процессами рождаемости и смертности, которые зависят от совокупности факторов различной природы, например демографических (половозрастная структура населения, состояние в браке или партнерстве, число по порядку рождения), экономических (уровень денежных доходов, обеспеченность жильем, статус на рынке труда, социальная защита населения) и социальных (образование, религиозные предпочтения, личностные ценности) [4].

Данное исследование посвящено изучению демографической динамики одного из регионов Российской Федерации – Еврейской автономной области (ЕАО). Целью работы является модели-

рование и количественный анализ динамики численности половозрастной структуры населения с учетом влияния занятости населения региона на процесс рождаемости.

В данной работе были поставлены и решены следующие задачи: разработка модели динамики численности половозрастной структуры населения; модификация предложенной модели посредством учета влияния социально-экономической ситуации в регионе на рождаемость; верификация построенных моделей на основе статистических данных; анализ сложившейся демографической ситуации в регионе. Акцент делается на моделировании численности половозрастных групп населения, поскольку это позволяет учесть убыль населения, обусловленную возрастными изменениями, и формализации функции рождаемости в зависимости от численности женщин в репродуктивном возрасте и соотношения полов. Следует отметить, что данное исследование развивает и дополняет идеи и выводы работ [6, 9], в которых представлены результаты моделирования демографической динамики ЕАО с учетом возрастной структуры населения.

## Модель демографической динамики с учетом половозрастной структуры населения

При построении модели использован формализм Лефковича [3], в котором в основу разделения населения на возрастные группы положена репродуктивная функция. В соответствии с репродуктивным поведением человека динамика численности населения может быть представлена совокупностью пяти групп: дети (без разделения по полу), женщины и мужчины репродуктивного и пострепродуктивного возрастов. Будем считать, что репродуктивный возраст для женщин и мужчин составляет период с 15 до 44 лет. Основными факторами, изменяющими численность, будем полагать рождаемость, обеспечивающую соответствующее пополнение младшей возрастной группы, и выживаемость, обуславливающую возрастное «движение» и переход из младших возрастных групп в старшие.

Обозначим  $n$  – номер года,  $b$  – численность детей (общая численность девочек и мальчиков младше репродуктивного возраста);  $f, m$  – численности женщин и мужчин репродуктивного возраста;  $F, M$  – численности женщин и мужчин пострепродуктивного возраста соответственно. Динамика численности выделенных половозрастных групп может быть записана следующей системой линейных разностных уравнений:

$$\begin{cases} b_{n+1} = r \cdot f_n + s_1 b_n \\ f_{n+1} = g_1 b_n + s_2 f_n \\ m_{n+1} = g_2 b_n + s_3 m_n \\ F_{n+1} = g_3 f_n + s_4 F_n \\ M_{n+1} = g_4 m_n + s_5 M_n \end{cases}, \quad (1)$$

где  $r$  – коэффициент рождаемости,  $g_i (i=1,2,3,4)$  – это доля соответствующей половозрастной группы, перешедшая в следующую группу в течение года,  $s_j (j=1,2,3,4,5)$  – та часть половозрастной группы, которая остается в ней же. По смыслу коэффициентов модели выполняются следующие неравенства:  $s_1 + g_1 + g_2 \leq 1$ ,  $s_2 + g_3 \leq 1$ ,  $s_3 + g_4 \leq 1$ ,  $s_j > 0$ ,  $g_j > 0$ . Выражения  $d_b = 1 - (s_1 + g_1 + g_2)$ ,  $d_f = 1 - (s_2 + g_3)$ ,  $d_m = 1 - (s_3 + g_4)$ ,  $d_F = 1 - s_4$ ,  $d_M = 1 - s_5$  оценивают убыль численности детей, женщин, мужчин репродуктивного и пострепродуктивного возрастов соответственно [3].

### Брачная рождаемость и образование пар

В модели (1) число родившихся зависит от числа женщин репродуктивного возраста, без учета численности мужчин репродуктивного возраста. Для описания вклада обоих полов в процесс воспроизводства используются модели, в которых рождаемость зависит от соотношения мужчин и женщин репродуктивного возраста через функ-

цию образования пар [10, 12–14]. Включение в двуполоую модель (1) функции образования пар позволяет явно моделировать вероятность рождений детей у женщин в зависимости от наличия мужчин. Поскольку женщины могут родить только при наличии брачного партнера, вероятность рождения ребенка у женщины задается отношением количества  $c$  женщин, имеющих партнера, к общему числу  $f$  репродуктивных женщин, то есть  $\delta = c/f$ . Очевидно, что число  $c$  соответствует количеству образованных пар.

#### Образование пар: функция минимума

Когда рассматривается функция минимума, то число пар устанавливается в соответствии с наименьшим количеством представителей полов. Предположим, что брачные пары образуются из всех возможных представителей женщин и мужчин репродуктивного возраста. Следовательно, в контексте моногамии, мужчины и женщины создают брачные союзы один к одному и число пар задается функцией  $c_n = \min(f_n, m_n)$ . Тогда число новорожденных в году  $n$  определяется по формуле:

$$b_n^0 = a \min(f_n, m_n), \quad (2)$$

где  $a$  – коэффициент брачной рождаемости, т.е. характеризует число новорожденных, приходящихся на одну брачную пару.

#### Образование пар: средняя гармоническая функция

Данная функция может быть использована, когда мужчины и женщины создают брачные союзы один к одному при гендерной сбалансированности репродуктивной части населения. Число пар вычисляется по формуле  $c_n = 2 f_n m_n / (f_n + m_n)$ . Заметим, что в человеческом обществе наблюдается не строгая моногамия. В течение жизни человек может вступить в брак и развестись не один раз, одна женщина может родить детей от разных мужчин так же, как один мужчина может иметь детей от разных женщин. В связи с этим имеет смысл рассматривать функцию среднего гармонического не для моногамной, а для полигамной системы семейных отношений:  $c_n = 2 f_n m_n (\rho f_n + m_n)$ , где  $\rho$  – коэффициент, учитывающий асимметрию полов (гендерный дисбаланс) и в некоторой степени характеризующий тип брачных отношений. Если  $\rho = 1$ , то тип отношений – «моногамия»; при  $\rho < 1$  – «многоженство» (женщины численно превосходят мужчин, что создает условия для выбора одной жены из нескольких), при  $\rho > 1$  – «многомужество» (в этом случае в регионе мужчин больше, чем женщин, в связи с этим женщина выбирает себе брачного партнера из нескольких мужчин). Следовательно, число новорожденных может быть найдено по следующей формуле:

$$b_n^0 = \frac{2a f_n m_n}{\rho f_n + m_n}, \quad (3)$$

где смысл параметра  $a$  сохраняется.

### Оценка параметров модели (1) с учетом (2) и (3)

Оценка параметров модели (1) с учетом (2)–(3) осуществлялась на основе статистических данных о распределении численности населения ЕАО по половозрастным группам, численности новорожденных и умерших с 1990 по 2014 гг. [2, 8].

Значение коэффициента  $a$  в (2) может быть определено из уравнения линейной регрессии величины  $b_n^0$  как функции от  $\min f_n m_n$ , значение  $s_1$  – из уравнения линейной регрессии величины  $(b_{n+1} - b_n^0)$  как функции от  $b_n$ , значения коэффициентов  $s_2, s_3, s_4$  и  $s_5$  – из уравнений линейной регрессии числа умерших женщин и мужчин репродуктивного и пострепродуктивного возрастов функций от численности  $f_n, m_n, F_n$  и  $M_n$  соответственно. Поскольку коэффициенты  $s_2$  и  $s_3$  отражают кроме смертности населения также переход в старшую возрастную группу, то из полученных значений  $s_2$  и  $s_3$  необходимо вычесть  $g_3$  и  $g_4$  соответственно. Коэффициенты  $g_i (i=1,2,3,4)$  несложно получить из уравнений линейной регрессии величины  $(x_{n+1} - s_{i+1} x_n)$  как функции от  $x_n$ , где  $x$  – численности соответствующих половозрастных групп. Таким образом, оценка параметров уравнений модели (1) сводится к вычислению коэффициентов соответствующих регрессионных уравнений методом наименьших квадратов и может быть осуществлена с помощью любого доступного статистического пакета.

Задача оценки параметров модели (3) заключалась в подборе таких значений параметров  $a$  и  $\rho$ , при которых последовательность  $b_n^{0*}$  (модельная численность новорожденных в  $n$ -ом году) наилучшим образом аппроксимирует известную последовательность  $b_n^0$  (фактическая численность). Значения  $b_n^{0*}$  определялись по уравнению (3) численно методом Квази-Ньютона в программе MathCAD 14. Искались наборы указанных параметров, обеспечивающие минимум целевой функции:  $L = \sum (l_n b_n^0 - l_n b_n^{0*})^2$ .

Для полученных уравнений модели (1) вычислялись коэффициенты детерминации ( $R^2$ ), средняя ошибка аппроксимации ( $A$ ) и проверялся критерий Фишера. Коэффициент детерминации является мерой качества аппроксимации, т.е. чем больше  $R^2$ , тем сильнее взаимосвязь между статистическими данными и модельным приближени-

ем к ним. Средняя ошибка аппроксимации  $A$  показывает, на сколько процентов в среднем расчетные значения отклоняются от фактических. Критерий Фишера ( $F$  – критерий) оценивает надежность результатов модельного уравнения.

Результаты оценки параметров модели (1) с учетом (2) и (3) и проверка значимости полученных уравнений представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, качество построенной модели (за исключением числа новорожденных) оценивается как хорошее, так как ошибка аппроксимации варьируется в пределах 0,94–7,9% и не превышает допустимое пороговое значение 8–10%. Значения коэффициентов детерминации высокие и изменяются в пределах от 0,95 до 0,99. Это свидетельствует о том, что вариация численности соответствующих половозрастных групп на 95–99% объясняется изменчивостью включенных в модель переменных. Фактическое значение критерия Фишера больше табличного ( $F_{табл} = 4,28$ ), определенного на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , следовательно, уравнения с найденными оценками коэффициентов значимы и позволяют заключить, что динамика численностей соответствующих половозрастных групп достаточно хорошо описывается включенными в модель переменными.

Вместе с тем, модельные оценки численности новорожденных плохо согласуются с реальными данными. Это, на наш взгляд, подтверждает, что при описании процесса рождаемости недостаточно учитывать только структуру населения. Скорее всего, здесь большую роль играют социально-экономические факторы, отодвигающие потребность человека в продолжении своего рода на второй план.

### Влияние занятости населения на рождаемость

В работе [11] было показано наличие статистически значимой корреляционной связи между абсолютными величинами среднегодовой численности занятых в экономике и числом новорожденных как в целом по России, так и в некоторых субъектах Дальневосточного федерального округа (в том числе Еврейской автономной области). Следует понимать, что наличие корреляционной связи между данными показателями отражает факт существования некоторого общего фактора или даже совокупности факторов, одновременно влияющих на временную динамику как числа новорожденных, так и среднегодовой численности занятых в экономике. Выявление этих факторов является отдельной задачей, выходящей за рамки настоящего исследования. Вместе с тем, полученная корреляционная зависимость позволяет рас-

Уравнения модели (1) с учетом (2) и (3) и проверка их значимости

Table 1

Model equations (1), taking into account (2) and (3), and verification of their significance

Переменная модели	Уравнение модели	$R^2$	$A, \%$	$F (\alpha=0,05)$
Численность новорожденных, тыс. чел.	$b_n^0 = 0,054 \cdot f_n$ по (2)	0,39	12,8	14,9
Численность новорожденных, тыс. чел.	$b_n^0 = \frac{2 \cdot 0,055 \cdot m_n}{1,074 \cdot f_n + m_n} \cdot f_n$ по (3)	0,39	13,1	14,5
Численность детей от 0 до 14 лет, тыс. чел.	$b_{n+1} = b_n^0 + 0,914 \cdot b_n$	0,96/0,96*	7,76/7,9	530/524
Численность женщин от 15 до 44 лет, тыс. чел.	$f_{n+1} = 0,021 \cdot b_n + 0,969 \cdot f_n$	0,97/0,97	1,39/1,4	867/868
Численность мужчин от 15 до 44 лет, тыс. чел.	$m_{n+1} = 0,026 \cdot b_n + 0,965 \cdot m_n$	0,97/0,98	1,23/1,26	1259/1259
Численность женщин старше 45 лет, тыс. чел.	$F_{n+1} = 0,028 \cdot f_n + 0,971 \cdot F_n$	0,99/0,99	0,95/0,94	1761/1767
Численность мужчин старше 45 лет, тыс. чел.	$M_{n+1} = 0,027 \cdot m_n + 0,955 \cdot M_n$	0,95/0,95	1,42/1,41	452/446
Общая численность населения, тыс. чел.	$N_n = b_n + f_n + m_n + F_n + M_n$	0,98/0,98	1,4/1,45	1137/1118

Примечание: \* в числителе оценки по модели (1), (2), в знаменателе – по (1), (3)

смагивать среднегодовую численность занятых в экономике как индикатор, косвенно характеризующий некоторый фактор или систему взаимосвязанных факторов, оказывающих непосредственное влияние на процессы рождаемости.

В рамках данной работы будем рассматривать не абсолютные, а относительные величины, т.е. коэффициент рождаемости и отношение среднегодового числа занятых в экономике к количеству женщин репродуктивного возраста. Доля среднегодового числа занятых в экономике фактически показывает число занятых в экономике на одну женщину репродуктивного возраста и, тем самым, косвенно отражает влияние социально-экономических факторов на репродуктивное поведение брачной пары.

На рис. 1 представлено корреляционное поле коэффициента рождаемости ( $a$ ) и отношения среднегодовой численности занятых в экономике к количеству женщин репродуктивного возраста ( $p$ ). Для модели (2) коэффициент рождаемости равен специальному коэффициенту рождаемости [1]. Для модели (3) коэффициент рождаемости соответствует отношению численности новорожденных к числу возможных брачных пар, то есть

$a_n = b_n^0 / c_n$ , где  $c_n = 2f_n m_n / (f_n + m_n)$ . Как видно на рис. 1, распределение точек  $(p_n; a_n)$  может быть описано экспоненциальной функцией вида  $a_n = \alpha e^{\beta p_n}$ , т.е. значения коэффициента рождаемости вполне закономерно изменяются с ростом доли числа занятых к женщинам репродуктивного возраста.

Заметим, что значение параметра  $\beta$  положительное, т.е. увеличение доли числа занятых сопровождается ростом величины коэффициента рождаемости. Параметр  $\alpha$  в данном случае соответствует минимальному значению коэффициента рождаемости. Подставив  $a_n = \alpha e^{\beta p_n}$  в (2) и (3), получим следующие выражения для функций образования брачных пар:

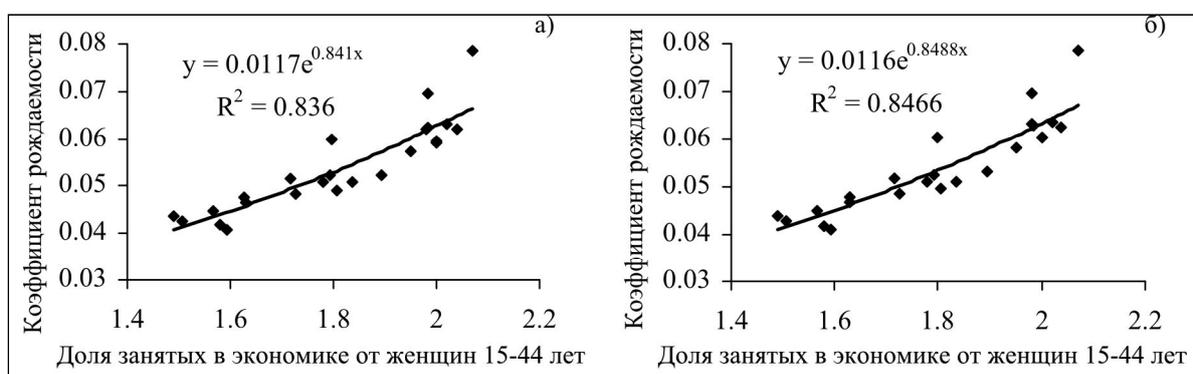
- функция минимума:

$$b_n^0 = \alpha e^{\beta p_n} \min(f_n, m_n), \quad (4)$$

- средняя гармоническая функция:

$$b_n^0 = 2\alpha e^{\beta p_n} \frac{f_n m_n}{f_n + m_n}. \quad (5)$$

Вычисленные значения параметров модели (1) с учетом (4) и (5), а также коэффициенты де-



**Рис. 1. Зависимость коэффициента рождаемости для функций а) минимума и б) среднего гармонического от отношения среднегодовой численности занятых в экономике к числу женщин репродуктивного возраста**

**Fig. 1. Dependence of birth rate coefficient on correlation between the size of population employed in economics, and the number of women of reproductive age. Birth rate coefficient for the (a) minimum functions, and (b) harmonic average functions**

терминации ( $R^2$ ), средние ошибки аппроксимации ( $A$ ), значения критерия Фишера, характеризующие качество моделей, представлены в табл. 2.

Как видим, качество построенной модели (1) с учетом (4) и (5) улучшилось по сравнению со случаем, когда рождаемость зависит только от

соотношения полов и возрастной структуры населения (табл. 1). Более того, численность новорожденных вполне удовлетворительно описывается моделями (4) и (5): средние ошибки аппроксимации составляют 4,9% и не превышают допустимый предел, а коэффициенты детерминации сви-

Уравнения модели (1) с учетом (4) и (5) и проверка их значимости

Таблица 2

Model equations (1), taking into account (4) and (5), and verification of their significance

Table 2

Показатель	Уравнение	$R^2$	$A$ , %	$F$
Численность новорожденных, тыс. чел.	$b_n^0 = 0,0117 \cdot e^{0,84 \cdot p_n} \cdot f_n$ по (4)	0,88	4,99	163
Численность новорожденных, тыс. чел.	$b_n^0 = \frac{2 \cdot 0,012 \cdot e^{0,85 \cdot p_n} \cdot m_n}{1,074 \cdot f_n + m_n} \cdot f_n$ по (5)	0,89	4,9	178
Численность детей от 0 до 14 лет, тыс. чел.	$b_{n+1} = b_n^0 + 0,914 \cdot b_n$	0,98/0,98 <sup>1</sup>	5,3/5,4	1329/1344
Численность женщин от 15 до 44 лет, тыс. чел.	$f_{n+1} = 0,021 \cdot b_n + 0,969 \cdot f_n$	0,97/0,97	1,52/1,51	765/765
Численность мужчин от 15 до 44 лет, тыс. чел.	$m_{n+1} = 0,026 \cdot b_n + 0,965 \cdot m_n$	0,98/0,98	1,1/1,12	1123/1122
Численность женщин старше 45 лет, тыс. чел.	$F_{n+1} = 0,028 \cdot f_n + 0,971 \cdot F_n$	0,99/0,99	0,99/0,98	1713/1721
Численность мужчин старше 45 лет, тыс. чел.	$M_{n+1} = 0,027 \cdot m_n + 0,955 \cdot M_n$	0,96/0,96	1,42/1,42	538/531
Общая численность населения, тыс. чел.	$N_n = b_n + f_n + m_n + F_n + M_n$	0,99/0,99	0,84/0,85	2760/2770

Примечание: <sup>1</sup> в числителе оценки по модели (1), (4), в знаменателе – по (1), (5)

детельствуют о том, что вариация численности новорожденных на 88–89% объясняется изменчивостью включенных в модель переменных.

Фактическая и модельная численности населения ЕАО представлены на рис. 2. Таким образом, построенная модель (1) с учетом (4) и (5) улавливает общие тенденции динамики численности населения ЕАО.

#### Анализ демографической динамики

Обсудим полученные результаты оценки параметров модели параллельно с анализом закономерностей демографической динамики ЕАО.

Как видно из табл. 1, результаты моделирования демографической динамики, полученные на основе модели (1) с учетом модификаций (2)

и (3), практически не отличаются (статистические показатели, характеризующие качество моделей, близки по своим значениям). Однако применение функции среднего гармонического позволяет оценить дополнительные параметры, характеризующие структуру населения.

Коэффициент  $\rho$  позволяет учесть асимметрию численности полов и определить вероятность создания брачной пары. Согласно результатам моделирования, гендерная диспропорция репродуктивной части населения характеризуется численным преобладанием мужчин (значение коэффициента  $\rho$  больше 1 и составляет 1,074). Так, в ЕАО на начало 2014 г. мужчин в возрасте 15–44 лет на 2,5 тыс. или на 6,5% больше, чем

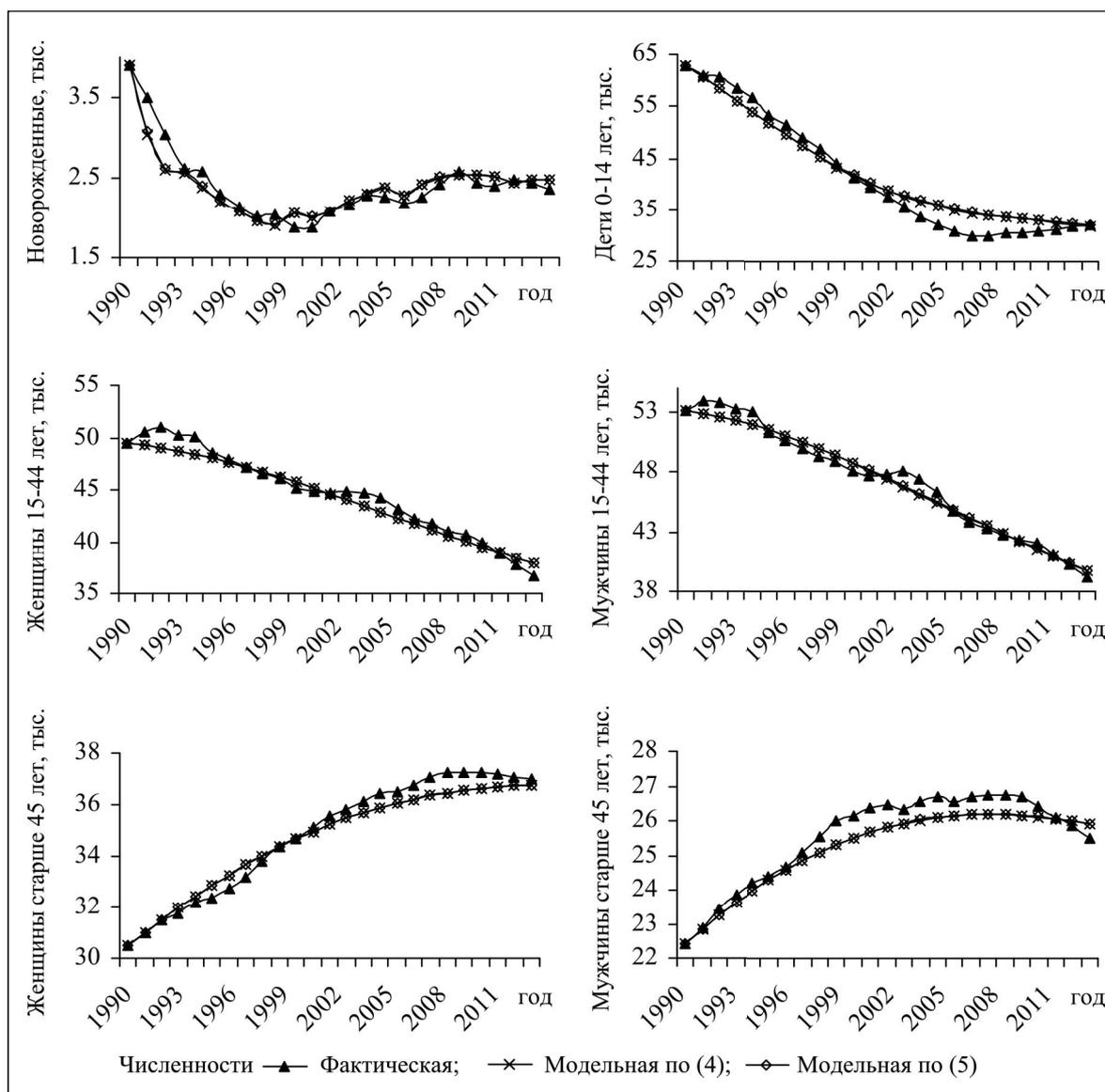


Рис. 2. Фактическая и модельная численности населения Еврейской автономной области

Fig. 2. Real and model population size in Jewish Autonomous Region

женщин [2]. Это позволяет предполагать, что при выборе брачного партнера женщины проявляют некоторую избирательность. Вероятность встретить брачного партнера и, следовательно, родить ребенка у женщин репродуктивного возраста достаточно высокая и согласно модельным оценкам близка к единице ( $\delta_{cp} = 0,99$ ). Вместе с тем рождаемость в ЕАО остается на сравнительно низком уровне. Согласно коэффициенту рождаемости, вычисленному по модели (1) с учетом функций (2) и (3), в среднем рождает 5,5% ( $a = 0,055$ ) женщин в возрасте 15–44 лет. По-видимому, на репродуктивное поведение существенное влияние оказывают социально-экономические факторы. Действительно, добавление в функцию рождаемости среднегодовой численности занятых в экономике, как индикатора совокупности социально-экономических факторов, оказывающих влияние на репродуктивное поведение населения, позволило улучшить результаты моделирования (табл. 2, рис. 2).

В результате оценки демографических параметров, характеризующих процессы смертности и миграции, установлено, что численность детей в возрасте 0–14 лет ежегодно уменьшается на 4% ( $d_b = 0,0039$ ), численность женщин в возрасте 15–44 лет – на 0,3% ( $d_m = 0,008$ ), численность мужчин в возрасте 15–44 лет – на 0,8% ( $d_m = 0,008$ ), численность женщин старше 45 лет – на 2,9% ( $d_f = 0,029$ ), численность мужчин старше 55 лет – на 4,5% ( $d_M = 0,045$ ).

Как видно, полученные оценки коэффициентов модели (1) отражают факт более высокой смертности мужчин в возрасте старше 45 лет по сравнению с женщинами в этом же возрасте. Следует отметить, что высокая мужская смертность приводит к гендерному дисбалансу в пострепродуктивном возрасте, при котором численность женщин превышает число мужчин в 1,45 раза или на 31% (на начало 2014 г.) [2]. Заметим, что в течение 1990–1999 гг. наблюдалось увеличение гендерных различий, а в период с 2000 по 2014 гг., наоборот, – уменьшение асимметрии полов. В частности, соотношение мужчин к женщинам пострепродуктивного возраста в 1990, 2000 и 2014 гг. составило 0,74, 0,76 и 0,69 соответственно [2]. Одновременно с этим динамика соотношения мужчин к женщинам репродуктивного возраста имеет флуктуирующий характер, вполне объяснимый миграционными процессами [2].

Найденные оценки параметров (табл. 1) позволяют установить асимптотику траекторий системы (1) при  $n \rightarrow \infty$ . Для этого необходимо вычислить максимальное собствен-

ное число  $\lambda_{max}$ , определяемое по формуле

$$\lambda_{max} = \frac{1}{2}(s_1 + s_2 + \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + 4r g_1}) \quad [3].$$

Подставив в нее значение  $r = a = 0,054$ , оцененное по (2) (табл. 1), получим, что максимальное собственное число системы (1) меньше 1 и составляет  $\lambda_{max} = 0,985$ . Следовательно, в случае сохранения существующих тенденций процесса воспроизводства общая численность населения ЕАО будет экспоненциально убывать со временем. Нетрудно показать, что численность населения стабилизируется, если для параметров системы (1) с учетом (2) выпол-

няется равенство  $\lambda_{max} = \frac{1}{2}(s_1 + s_2 + \sqrt{(s_1 - s_2)^2 + 4r g_1})$  ( $\lambda_{max} = 1$ ). Следовательно, для достижения стационарной численности населения ЕАО необходимо повысить значение показателя рождаемости до  $r = 0,127$ , то есть увеличить в 2,3 раза относительно современного уровня.

#### Заключение

Таким образом, в данной работе предложена модель динамики численности половозрастной структуры населения с учетом влияния занятости населения региона на процесс рождаемости. Проведена верификация построенной модели на основе статистических данных о динамике численности населения и среднегодового числа занятых в экономике в Еврейской автономной области. В целом предложенная модель улавливает основные тенденции изменения численности населения ЕАО. Добавление в функцию рождаемости среднегодовой численности занятых в экономике, как индикатора системы социально-экономических факторов, оказывающих влияние на репродуктивное поведение населения, позволило улучшить результаты моделирования.

Выявлено, что современная демографическая ситуация в автономии характеризуется гендерными диспропорциями, как в репродуктивной части населения (численно преобладают мужчины), так и в пострепродуктивной (женщин больше, чем мужчин). Согласно результатам моделирования установлено, что в среднем рождает около 5,5% женщин репродуктивного возраста. Показано, что численность детей ежегодно уменьшается на 4%, численность женщин в возрасте 15–44 лет – на 0,3%, численность мужчин 15–44 лет – на 0,8%, численность женщин старше 45 лет – на 2,9%, численность мужчин старше 45 лет – на 4,5%. Полученные модельные оценки отражают факт более высокой смертности мужчин пострепродуктивного возраста по сравнению с женщи-

нами в этом же возрасте. Показано, что в случае сохранения существующих тенденций процесса воспроизводства общая численность населения ЕАО будет убывать со временем. Стабилизация численности населения возможна при такой демографической и социально-экономической политике, которая направлена на увеличение естественного прироста.

*Публикация подготовлена в рамках поддержки РГНФ научного проекта № 15-02-00259.*

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Вандескрик К. Демографический анализ / пер. с фр. Н. Калмыковой. М.: Академ проект: Гаудеамус, 2005. 272 с.
2. Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС). Федеральная служба государственной статистики (Росстат), Москва (Россия). URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/databases/emiss/](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/databases/emiss/) (дата обращения: 29.10.2015).
3. Логофет Д.О., Клочкова И.Н. Математика модели Лефковича: репродуктивный потенциал и асимптотические циклы // Математическое моделирование. 2002. Т. 14, № 10. С. 116–126.
4. Малева Т.М., Синявская О.В. Социально-экономические факторы рождаемости в России: эмпирические измерения и вызовы социальной политике // SPERO. 2006. № 5. Осень–Зима. С. 70–97.
5. Население России 2012. Двадцатый ежегодный демографический доклад / отв. ред. А.Г. Вишневецкий. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2014. 412 с.
6. Неверова Г.П. Применение модели Лефковича к анализу демографической динамики (на примере Еврейской автономной области) // Региональные проблемы. 2008. № 10. С. 12–16.
7. Регионы России. Социально-экономические показатели. Федеральная служба государственной статистики (Росстат), Москва (Россия). URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138623506156](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156) (дата обращения: 29.10.2015).
8. Российская база данных по рождаемости и смертности. Центр демографических исследований Российской экономической школы, Москва (Россия). URL: [http://demogr.nes.ru/index.php/ru/demogr\\_indicat/data](http://demogr.nes.ru/index.php/ru/demogr_indicat/data) (дата обращения: 29.10.2015).
9. Фрисман Е.Я., Хавинсон М.Ю., Аносова С.В., Неверова Г.П., Мищук С.Н., Комарова Т.М., Кулаков М.П., Курилова Е.В., Суховеева А.Б. Комплексный анализ и моделирование сценариев демографического и экономического развития региона в контексте реализации крупных инвестиционных проектов (на примере Еврейской автономной области). Владивосток: Дальнаука, 2014. 162 с.
10. Фрисман Е.Я., Ревуцкая О.Л., Неверова Г.П. Моделирование динамики лимитированной популяции с возрастной и половой структурой // Математическое моделирование. 2010. Т. 22, № 11. С. 65–78.
11. Хавинсон М.Ю. Регулирование демографической ситуации в регионе: социально-экономический аспект // Региональные проблемы. 2014. Т. 17, № 2. С. 89–92.
12. Bessa-Gomes C., Legendre S., Clobert J. Discrete two-sex models of population dynamics: On modeling the mating function. *Acta Oecologica* 36. 2010. P. 439–445.
13. Caswell H. *Matrix population models: construction, analysis, and interpretation*. Sinauer, Sunderland, MA. 2001. 722 p.
14. Revutskaya O., Neverova G., Frisman E. Complex Dynamic Modes in a Two-Sex Age-Structured Population Model. In: Jordán F., Jørgensen S.E. (Eds), *Models of the Ecological Hierarchy: From Molecules to the Ecosphere*. Elsevier B.V. 2012. P. 149–162.

*This paper describes the dynamics equations of population groups with sex and age structures. The model takes into account the dependence of the number of newborns on sex ratio and socio-economic factors. This model has been applied to the description and analysis of population dynamics in Jewish Autonomous Region.*

**Keywords:** *mathematical modeling, the Lefkovitch model, sex and age structures, population dynamics, socio-economic factors, birth rate, verification, Jewish Autonomous Region.*