

УДК 574.34

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ СТРУКТУРЫ В ДВУХВОЗРАСТНОЙ ПОПУЛЯЦИИ: ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ХАОС, ХИМЕРЫ И УЕДИНЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ

М.П. Кулаков

Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
ул. Шолом-Алейхема 4, г. Биробиджан, 679016,
e-mail: k_matvey@mail.ru

Изучаются условия и механизмы формирования разнообразных пространственно-временных структур, возникающих в системе двухвозрастных популяций, заселяющих протяженный двумерный ареал. Предложено несколько количественных показателей, позволяющих идентифицировать регулярные (кластеры синхронных популяций в форме пятен, полос или лабиринтов) и нерегулярные (химеры, уединенные состояния и пространственно-временной хаос) пространственные структуры.

Ключевые слова: метапопуляция, возрастная структура, динамика, пространственные структуры, синхронизация, кластеризация.

Образец цитирования: Кулаков М.П. Пространственные структуры в двухвозрастной популяции: пространственно-временной хаос, химеры и уединенные состояния // Региональные проблемы. 2021. Т. 24, № 2–3. С. 196–199. DOI: 10.31433/2618-9593-2021-24-2-3-196-199.

Для многих видов животных и растений характерно неравномерное распределение особей по ареалу. Независимо от причин оно проявляется в том, что на разных участках наблюдается существенная разница в численностях (плотностях) и, часто, характере динамики [3, 4]. Одна из возможных причин этого связана с особенностями расселения (миграции) особей на удаленные территории, которая не всегда способна приводить к полной синхро-

низации [1, 5]. Данная работа посвящена изучению механизмов синхронизации и десинхронизации динамики пространственно разобобщенных двухвозрастных популяций, приводящих к сложным стационарным или нестационарным пространственным структурам (пятна, полосы, спирали, волны и т.п.) в распределении особей по ареалу. Рассматривается следующая система рекуррентных уравнений [1]:

$$\begin{cases} x_{i,j}(t+1) = a y_{i,j}(t) \exp(-\gamma x_{i,j}(t) - y_{i,j}(t)), \\ y_{i,j}(t+1) = r x_{i,j}(t) + y_{i,j}(t) + \frac{m\nu}{C} \sum_{g=i-P}^{i+P} \sum_{h=j-P}^{j+P} M(i,j,g,h)(y_{g,h}(t) - y_{i,j}(t)), \\ M(i,j,g,h) = \frac{1}{C} \theta((i-g)^2 + (j-h)^2 - P^2) \exp\left(-\frac{(i-g)^2 + (j-h)^2}{P}\right), \end{cases} \quad (1)$$

где $x_{ij}(t)$ и $y_{ij}(t)$ – относительная численность или плотность неполовозрелой и половозрелой частей популяции на участке с номером i, j ($i=1,2,\dots,s, j=1,2,\dots,k$). Ареал имеет прямоугольную форму и состоит из sk участков. Границы ареала замкнуты, для чего используются периодические граничные условия. Параметр a – коэффициент рождаемости; s и v – коэффициенты выживаемости каждой возрастной группы; ρ определяет степень участия молодежи в плотностно-зависимой регуляции рождаемости; m и P – сила и радиус связи; Θ – функция Хевисайда.

Исследование системы (1) показывает, что порождаемые ею пространственно-временные режимы сочетают когерентные и некогерентные режимы на разных участках, а также уединенные состояния. Когерентные режимы включают в себя полную и кластерную синхронизацию, которая проявляется в виде пятен, полос или лабиринтов из полностью когерентных точечных популяций. Некогерентные режимы включают в себя химерные состояния, при которых на ареале сосуществуют кластеры или отдельные популяции с принципиально разными режимами, а также популяции с выбросами численности (уединенные состояния). Показано, что разным начальным условиям, которые не сильно отличаются между собой, соответствуют принципиально разные режимы пространственно-временной динамики.

Для исследования отмеченной мультистабильности предлагается использовать следующий ряд показате-

лей. Показатель синхронизации:

$$R = \frac{\langle F_t^2 \rangle - \langle F_t \rangle^2}{\frac{1}{k s} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^s (\langle y_{i,j}^2 \rangle - \langle y_{i,j} \rangle^2)}, \text{ где}$$

$$F_t = \frac{1}{k s} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^s y_{i,j}(t), \quad \langle u \rangle = \frac{1}{T - T_0} \sum_{t=T-T_0}^T u(t),$$

который позволяет идентифицировать режимы, близкие к полной синхронизации. Параметр порядка:

$$z_t = \rho_t \exp(i \pi \phi_t) = \frac{1}{k s} \sum_{g=1}^k \sum_{h=1}^s \exp(i \pi y_{g,h}(t)),$$

который позволяет оценить степень близости фаз колебаний разных популяций.

Для величин R и z применима следующая схема интерпретации их значений. Близость R и модуля параметра порядка $\rho=|z|$ к 1 указывает на режим динамики, близкий к полной синхронизации. Однако в случае кластерной синхронизации и, как следствие, пятнистого распределения R резко падает и приближается к нулю при усложнении узоров. В то же время ρ остается достаточно высоким и плавно уменьшается при усложнении формы узоров и характера динамики. При этом величины R и ρ слабо чувствительны к появлению небольшого числа уединенных состояний. Поэтому в дополнение предложен способ оценки числа уединенных состояний S , подробное описание которого можно найти в [2]. При проведении численного анализа генерировалось

множество случайных начальных условий и на основе этих показателей оценивалась вероятность формирования того или иного режима пространственно-временной динамики (рис.).

Показано, что по мере снижения силы или радиуса связи падает вероятность формирования «простых» когерентных режимов (пятен, полос, лабиринтов) и растет вероятность

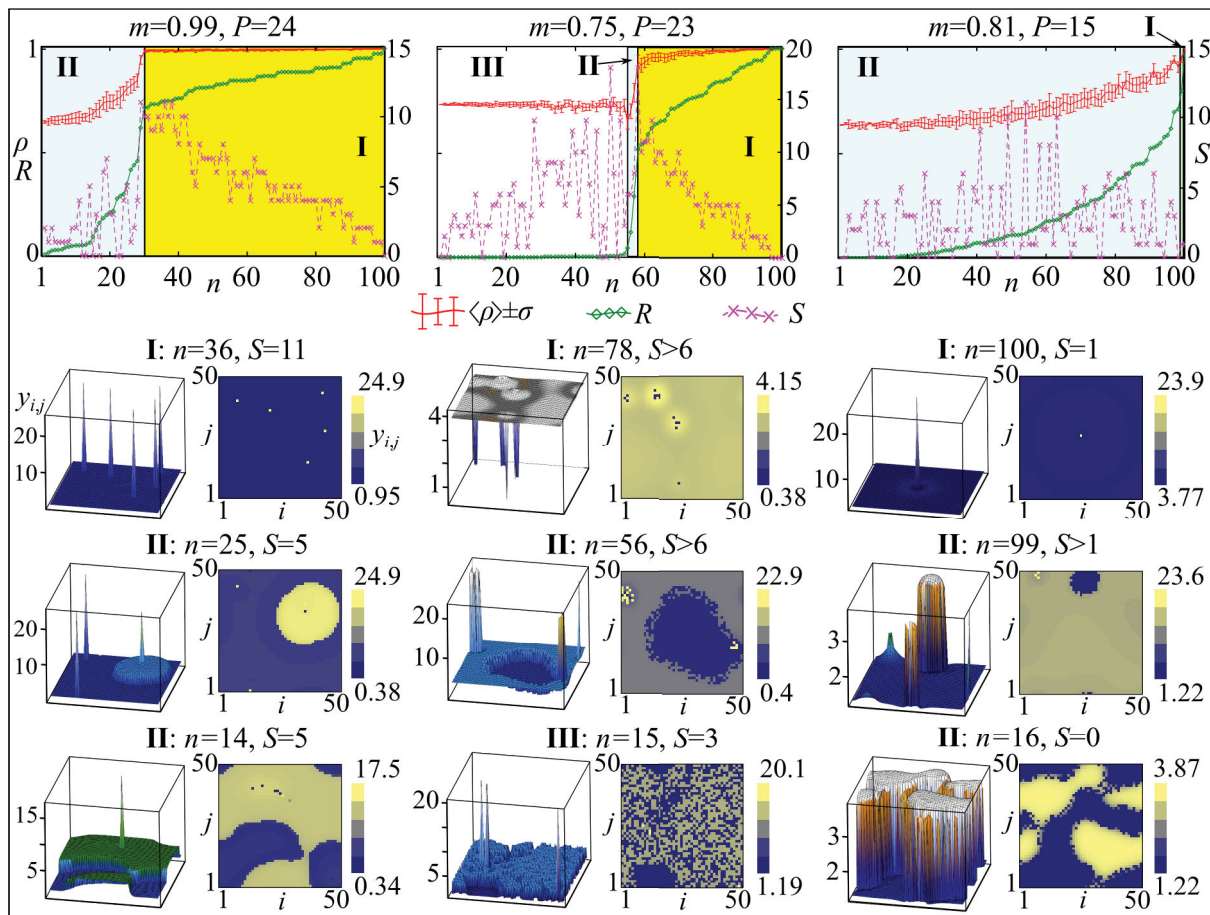


Рис. Верхний ряд – изменение амплитуды параметра порядка ρ , показателя синхронизации R и числа уединенных состояний S , наблюдаемых для начальных условий под «номером» n . Нижние ряды – примеры пространственных структур, соответствующие разным типам пространственно-временной динамики: I – равномерное распределение с полной или частичной синхронизацией, II – неоднородное распределение с кластерной синхронизацией, III – распределение с сильно раздробленными пятнами

Fig. The top row shows the change in amplitude of the order parameter ρ , the synchronization factor R and the number of solitary states S observed for the initial conditions with the “number” n . The bottom rows show the examples of spatial patterns corresponding to different types of space-time dynamics: I is a homogeneous spatial distribution with complete or partial synchronization; II is a heterogeneous distribution with cluster synchronization; III is a highly fragmented distribution

«сложных» некогерентных режимов при близких начальных условиях. Выявлена следующая парадоксальная ситуация. По мере того, как элементы оказываются менее связанными, а их динамика менее согласованной (некогерентной), число уединенных состояний увеличивается. Однако впоследствии элементы с выбросами все чаще синхронизируются между собой и начинают образовывать кластеры, перемешанные с кластерами синхронных популяций. В результате на ареале можно выделить несколько групп популяций разного размера (кластеров) с принципиально разным типом динамического поведения (отличаются периоды и амплитуды колебаний). В крайней ситуации при слабой связи кластеры на основе уединенных состояний появляются на фоне абсолютно несинхронной динамики, например, на фоне пространственно-временного хаоса [2].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кулаков М.П., Фрисман Е.Я. Подходы к исследованию мультистабильности пространственно-временной динамики двухвозрастной популяции // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2020. Т. 28, № 6. С. 653–678. DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-6-653-678.

REFERENCES:

1. Kulakov M.P., Frisman E.J. Approaches to Study of Multistability in Spatio-Temporal Dynamics of Two-Age Population. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Prikladnaya nelineinaya dinamika*, 2020, vol. 28, no. 6, pp. 653–678. DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-6-653-678. (In Russ.).

SPATIAL PATTERNS IN POPULATIONS WITH TWO AGE GROUPS: SPATIAL-TEMPORAL CHAOS, CHIMERS, AND SOLITARY STATES

M.P. Kulakov

The article studies the conditions for the emergence of various types of inhomogeneous spatial distribution that arise in the model of populations with two age groups living in an extended two-dimensional area. The author proposes several quantitative indicators to identify the regular (clusters of synchronous populations in the form of spots, stripes or labyrinths) and the irregular (chimeras, solitary states and space-time chaos) spatial structures.

Keywords: metapopulation, age structure, dynamics, spatial structures, synchronization, clustering.

Reference: Kulakov M.P. Spatial patterns in populations with two age groups: spatial-temporal chaos, chimers, and solitary states. *Regional'nye problemy*, 2021, vol. 24, no. 2–3, pp. 196–199. (In Russ.). DOI: 10.31433/2618-9593-2021-24-2-3-196-199.