

УДК 574.34

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СООБЩЕСТВА «ХИЩНИК-ЖЕРТВА» С ВОЗРАСТНОЙ СТРУКТУРОЙ ЖЕРТВЫ И ИЗЪЯТИЕМ

О.Л. Ревуцкая

Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,  
ул. Шолом-Алейхема 4, г. Биробиджан, 679016,  
e-mail: oksana-rev@mail.ru

*В работе исследуются динамические режимы системы «хищник-жертва» с учетом возрастной структуры жертвы и изъятием. Исследуемая система представляет собой модификацию модели Николсона-Бейли. Рассмотрены случаи, когда осуществляется изъятие из младшего или старшего возрастного класса жертвы, либо из двух возрастных классов жертвы, либо из популяции хищника. Изучены условия устойчивого сосуществования взаимодействующих видов и сценарии возникновения колебательных режимов численности.*

**Ключевые слова:** система «хищник-жертва», возрастная структура, плотностно-зависимая регуляция, изъятие, устойчивость, динамические режимы.

**Образец цитирования:** Ревуцкая О.Л. Моделирование динамики сообщества хищник-жертва с возрастной структурой жертвы и изъятием // Региональные проблемы. 2021. Т. 24, № 2–3. С. 209–212. DOI: 10.31433/2618-9593-2021-24-2-3-3-9.

Целью работы является изучение влияния антропогенного изъятия на динамику сообщества «хищник-жертва». Исследуемая модель представляет собой модификацию модели Николсона-Бейли, в которой учитываются возрастная структура жертвы и плотностное лимитирование выживаемости молоди жертвы [1]. Предполагается, что хищничеству подвергаются молодые особи жертвы, при этом рассмотрение возрастной структуры хищника не требуется. Это может быть связано с тем, что возрастная структура хищника отсутствует или он представлен популяцией с непересекающимися поколениями, или его жизненный цикл оказывается намного короче, чем у жертв,

или незрелые стадии хищника тоже участвуют в хищничестве, поэтому выделение возрастной структуры оказывается не принципиальным. С учетом антропогенного изъятия система имеет вид:

$$\begin{cases} x_{n+1} = r y_n \exp(-\gamma z_n) (1 - u_1) \\ y_{n+1} = (\exp(-\rho x_n - y) x_n + y_n) (1 - u_2), \\ z_{n+1} = c r y_n (1 - \exp(-\gamma z_n)) (1 - u_3) \end{cases} \quad (1)$$

где  $n$  – номер поколения;  $x$  и  $y$  – относительные численности младшего и старшего возрастных классов популяции жертвы соответственно;  $z$  – относительная численность популяции хищника;  $r$  – репродуктивный потенциал популяции жертвы;  $\nu$  – коэффициент

выживаемости взрослых особей жертвы;  $\rho$  – относительный вклад младшей возрастной группы в лимитирование выживаемости молодежи популяции жертвы;  $\gamma$  – относительная скорость потребления жертвы хищником;  $c$  – скорость трансформации биомассы жертвы в хищников;  $u_1$  и  $u_2$  – доли изъятия молодежи и взрослых особей популяции жертвы соответственно;  $u_3$  – доля изъятия хищников.

Исследованы частные случаи модели (1), когда осуществляется частичное изъятие особей из младшего ( $u_1$ ;  $u_2 = u_3 = 0$ ) или старшего ( $u_2$ ;  $u_1 = u_3 = 0$ ) возрастного класса жертвы, либо из двух возрастных классов жертвы с равной интенсивностью ( $u_1 = u_2$ ;  $u_3 = 0$ ), либо из популяции хищника ( $u_3$ ;  $u_1 = u_2 = 0$ ).

Для всех случаев системы (1) найдены координаты полутривиальной и нетривиальной неподвижных точек и построены области их устойчивости. Показано, что устойчивое сосуществование взаимодействующих видов становится возможным в случае, если имеют место транскритическая ( $TC$ ) или седло-узловая ( $SN$ ) бифуркации. Благодаря седло-узловой бифуркации в системе взаимодействующих популяций наблюдается бистабильность динамики: в зависимости от начальных условий хищник либо сосуществует с жертвой, либо погибает.

Выявлено, что потеря устойчивости неподвижных точек для частных случаев системы (1) может осуществляться по сценарию Неймарка-Сакера ( $NS$ ), что приводит к возникновению квазипериодических режимов, или по сценарию удвоения периода ( $PD$ ), при

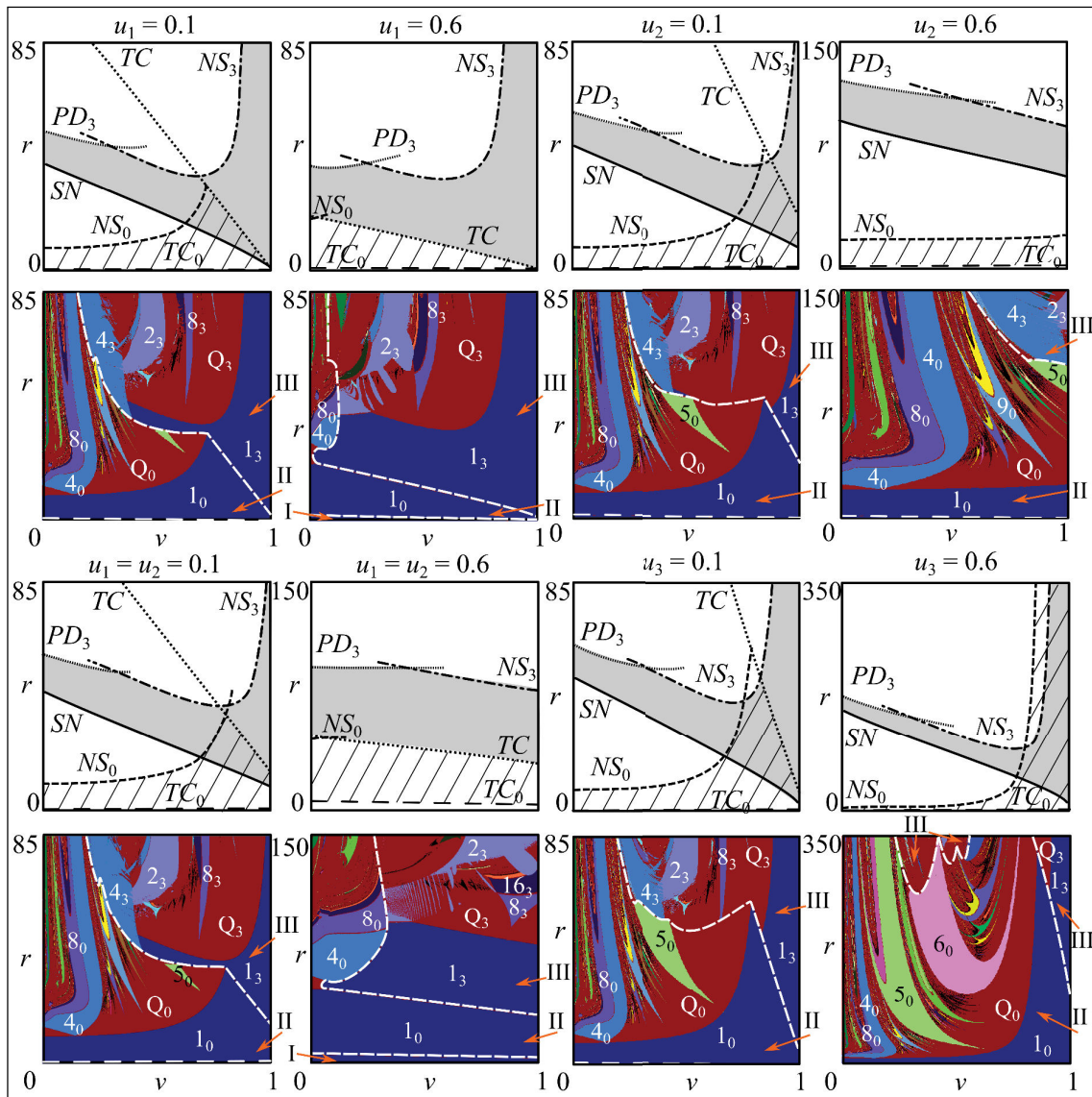
котором возникают регулярные колебания численностей видов.

Показано, что изъятие доли молодых особей из популяции жертвы ( $u_1$ ) приводит к сужению области значений параметров, при которых жертва существует в отсутствие хищника, но при этом расширяется область значений параметров, при которых взаимодействующие виды устойчиво сосуществуют (рис.). Увеличение доли изъятия  $u_1$  приводит к стабилизации динамики жертвы в отсутствие хищника и сужению области бистабильности динамики.

При изъятии части взрослых особей из популяции жертвы ( $u_2$ ) устойчивое сосуществование сообщества «хищник-жертва» становится возможным при более высоких значениях репродуктивного потенциала жертвы  $r$  (рис.). При этом рост доли изъятия  $u_2$  приводит к расширению области бистабильности.

В случае изъятия части особей из двух возрастных классов с одинаковой интенсивностью ( $u_1 = u_2$ ) происходят стабилизация динамики жертвы без хищника и уменьшение области бистабильности. Одновременно с этим устойчивое сосуществование взаимодействующих видов происходит при более высоких значениях коэффициента рождаемости жертвы  $r$  (рис.).

Следовательно, изъятие только молодых особей жертвы или вместе со взрослыми позволяет добиться устойчивой динамики популяции жертвы как с хищником, так и без него в большей параметрической области, чем добыча лишь взрослых особей. Также уменьшается диапазон значений параметров, при которых отмечается бистабиль-



**Рис.** Области устойчивости неподвижных точек и карты динамических режимов (при  $x_0 = 3.3546$ ,  $y_0 = 0.0965$ ,  $z_0 = 0.01$ ) системы (1) при  $\gamma = 0.33$ ,  $\rho = 1.5$ ,  $c = 0.9$  и разных значениях доли изъятия  $u_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Штриховкой и заливкой выделены области устойчивости полутривиального и нетривиального равновесия соответственно. Числа на картах указывают на длину цикла,  $Q$  – квазипериодическая динамика. Нижние индексы 0 и 3 соответствуют полутривиальному и нетривиальному равновесию и режимам, возникающим в результате их бифуркаций. Области I – гибель обоих видов; II – жертва существует без хищника; III – жертва и хищник сосуществуют

**Fig.** Areas of stability of fixed points and maps of dynamic modes (at  $x_0 = 3.3546$ ,  $y_0 = 0.0965$ ,  $z_0 = 0.01$ ) of the system (1) at  $\gamma = 0.33$ ,  $\rho = 1.5$ ,  $c = 0.9$  and different values of the withdrawal fraction  $u_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Shading and filling are the areas of stability of semi-trivial and non-trivial equilibrium, respectively. The numbers on the maps indicate the length of the cycle;  $Q$  is the quasi-periodic dynamics. The subscripts 0 and 3 correspond to semi-trivial and non-trivial equilibria and the modes resulting from their bifurcations. Areas I – death of both species; II – prey exists without a predator; III – prey and predator coexist

ность динамики, т.е. поведение сообщества становится более предсказуемым.

Усиление интенсивности изъятия части хищников  $u_3$  приводит к тому, что совместное обитание жертвы и хищника обеспечивается высокими значениями коэффициента рождаемости  $r$  (рис.). Аналогично изъятию молодых особей жертвы, при изъятии хищников увеличение значений выживаемости взрослых особей жертв  $v$  приводит к стабилизации динамики видов.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Ревуцкая О.Л., Кулаков М.П., Фрисман Е.Я. Бистабильность и бифуркации в модифицированной модели Николсона-Бейли при учете возрастной структуры жертвы // Математическая биология и биоинформатика. 2019. Т. 14, № 1. С. 257–278. DOI: 10.17537/2019.14.257.

#### REFERENCES:

1. Revutskaya O.L., Kulakov M.P., Frisman E.Ya. Bistability and Bifurcations in Modified Nicholson-Bailey Model with Age-Structure for Prey. *Matematicheskaya biologiya i bioinformatika*, 2019, vol. 14, no. 1, pp. 257–278. DOI: 10.17537/2019.14.257. (In Russ.).

## MODELING THE DYNAMICS OF THE PREDATOR- PREY COMMUNITY WITH THE PREY AGE STRUCTURE AND THE WITHDRAWAL

O.L. Revutskaya

*The paper studies the dynamic modes of the predator-prey community discrete-time model taking into account the prey age structure and the withdrawal. The investigated system is a modification of the Nicholson-Bailey model. The author has considered the cases of withdrawal from the prey younger or older age class, or from the prey population of two- age classes, or from the predator population. It is studied conditions of stable coexistence of interacting species and scenarios of the population size oscillatory modes occurrence.*

**Keywords:** *predator-prey model, age structure, density-dependent regulation, harvest, stability, dynamic regimes.*

**Reference:** Revutskaya O.L. Modeling the dynamics of the predator- prey community with the prey age structure and the withdrawal. *Regional'nye problemy*, 2021, vol. 24, no. 2–3, pp. 209–212. (In Russ.). DOI: 10.31433/2618-9593-2021-24-2-3-209-212.